ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ «СЕТЕВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ В СОЦИОЛОГИИ»

В курсе «Сетевые измерения в социологии» рассматривается новое направление анализа и структурирования социологических данных — метод построения социальных сетей (social networks), который в последнее время активно развивается в западной социологии. Это направление, прежде всего, связывается с именами Б. Велмана, С. Вассермана, Д. Ноука. Помимо новых методов обработки данных, социальные сети также представляют новый способ социологического мышления. Они являются составной частью других теорий, но вместе с тем образуют собственное направление социологической теоретической мысли. В данном учебном курсе социальные сети рассматриваются в контексте теорий социального, человеческого и других видов капиталов (Г. Беккер, Дж. Коулмен, П. Бурдье). Помимо теоретического значения анализ социальных сетей имеет большую прикладную ценность. Во всех последних исследованиях как на Западе, так и в России, посвященных неформальным обменам, сетям межсемейной поддержки, культурным и политическим структурам, эмпирический материал анализируется в терминах социальных сетей. Поэтому большое внимание уделяется решению конкретных задач по материалам исследовательских проектов. Математическим базисом анализа социальных сетей является теория графов — мощный раздел дискретной математики.

Основная концептуальная идея курса заключается в том, что многоуровневое социологическое знание в основе своей системно, и результаты, полученные в одной его подсистеме, будут восприняты другой подсистемой. Это справедливо как для теоретических выводов, так и для эмпирических данных. Для более осознанного применения этой идеи в учебном пособии несколько параграфов посвящено основам кибернетического подхода. Также излагаются базовые принципы постановки исследовательской задачи и формализации проблемы. Кроме того, одна из целей курса — показать возможность комбинирования современных сетевых методов анализа с классическими статистическими методами.

Программа включает проведение семинарских занятий, подготовка к которым осуществляется студентами самостоятельно по рекомендованной литературе. Помимо этого, предусматривается выполнение и последующая проверка обязательных домашних работ (решение задач).

Желательно, чтобы студенты были знакомы с основами статистики в объеме курса, который преподается студентам социологических специальностей. Приветствуется самостоятельное изучение основ математического моделирования, а также усвоение программы университетского курса по дисциплине «Анализ социологических данных». Расшире ние математической подготовки будет способствовать более быстрому усвоению материала и более успешному решению предлагаемых задач.

Методические указания предназначены для лучшего понимания пройденных тем. Задачи можно давать на семинарах, в качестве домашнего задания, а также в качестве контрольных. По каждой теме, помимо первой решенной иллюстрирующей задачи (примера решения), предложено от 5 вариантов задач. Они расположены в порядке увеличения трудности.

1. РАСЧЕТ МЕЖПОКОЛЕННОЙ МОБИЛЬНОСТИ. ЗАДАНИЯ К ГЛАВЕ 4: «СОВРЕМЕННЫЕ ПОДХОДЫ К ИЗМЕРЕНИЮ СЕТЕВЫХ ДАННЫХ»

11 Пример решения задачи расчета межпоколенной мобильности

На протяжении некоторого периода времени социологами было разработано несколько систем стратификации: D, E, H Вероятностные переходы для межпоколенной мобильности между каждой классификацией представлены на рисунке 28.

Вычислите результирующую матрицу межпоколенных переходов между D и C. Выделите наиболее вероятную результирующую связь для каждой страты по классификации D. Проверьте правильность вычислений.

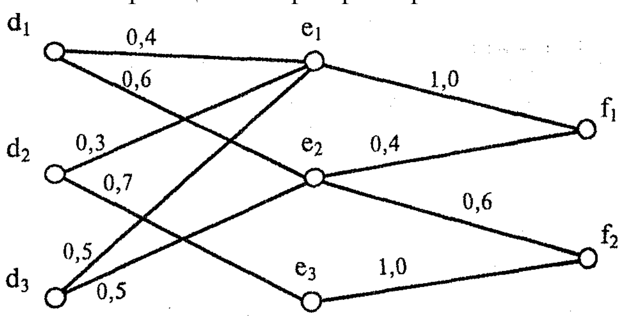

Рис. 28

Решение

Представим переходы из страт по классификации D в страты по классификации E. Занесем результат в матрицу A.

$$A = \begin{array}{c} \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} e_1 & e_2 & e_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}4 & 0{,}6 & 0 \\ 0{,}3 & 0 & 0{,}7 \\ 0{,}5 & 0{,}5 & 0 \end{pmatrix} \end{array},$$

где a_{ij} равно числовому значению, если d_i связан с e_j, $a_{ij}=0$ — в другом случае.

Теперь запишем переход из страт по классификации E в страты по классификации F. Занесем результаты в матрицу B.

$$B=\begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} f_1 & f_2 \end{array} \\ \begin{array}{c} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array},$$

где b_{ij} равно числовому значению, если e_i связан с f_j, $b_{ij}=0$ — в ином случае.

Результирующую матрицу связей между D и F можно определить следующим образом:

$$C=\begin{bmatrix} \{a_{11}*b_{11}+a_{12}*b_{21}+a_{13}*b_{31}\} & \{a_{11}*b_{21}+a_{12}*b_{22}+a_{13}*b_{32}\} \\ \{a_{21}*b_{11}+a_{22}*b_{21}+a_{23}*b_{31}\} & \{a_{21}*b_{21}+a_{22}*b_{22}+a_{23}*b_{32}\} \\ \{a_{31}*b_{11}+a_{32}*b_{21}+a_{33}*b_{31}\} & \{a_{31}*b_{21}+a_{32}*b_{22}+a_{33}*b_{32}\} \end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix} \{0{,}4*1+0{,}6*0{,}4+0*0\} & \{0{,}4*0+0{,}6*0{,}6+0*1\} \\ \{0{,}3*1+0*0{,}4+0{,}7*0\} & \{0{,}3*0+0*0{,}6+0{,}7*1\} \\ \{0{,}5*1+0{,}5*0{,}4+0*0\} & \{0{,}5*0+0{,}5*0{,}6+0*1\} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0{,}64 & 0{,}36 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \\ 0{,}7 & 0{,}3 \end{bmatrix}.$$

Проверим правильность вычислений, суммируя элементы в каждой строке. В итоге сумма элементов в каждой строке результирующей матрицы должна равняться 1 (поскольку в одну из конечных страт каждый элемент популяции все равно попадет).

$c_{11}+c_{12}=0{,}64+0{,}36=1{,}0;$

$c_{21}+c_{22}=0{,}3+0{,}7=1{,}0;$

$c_{31}+c_{32}=0{,}7+0{,}3=1{,}0.$

К Задания для первой контрольной работы к главе 4

На протяжении некоторого периода времени социологами были разработаны несколько систем стратификации: А, В, С. Вероятностные переходы для межпоколенной мобильности между каждой классификацией представлены на рисунках 29—33.

Вычислите результирующую матрицу межпоколенных переходов между А и С. Выделите наиболее вероятную результирующую связь для каждой страты по классификации А. Проверьте правильность вычислений.

Вариант 1

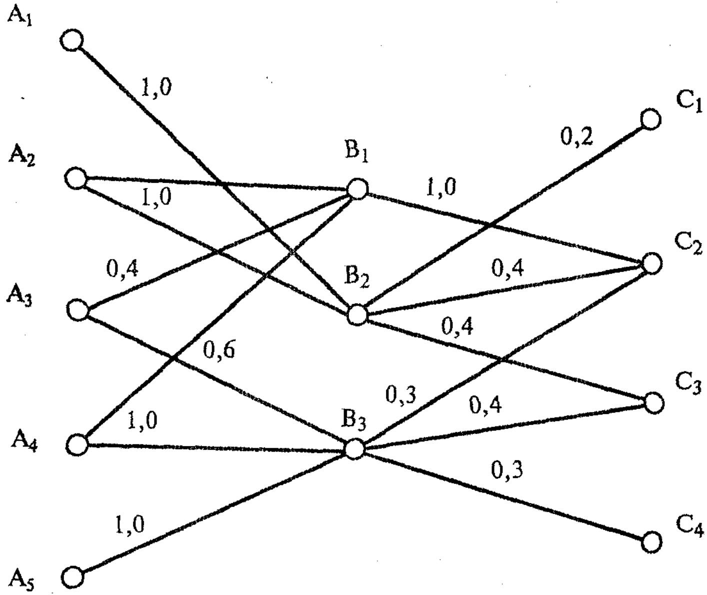

Рис. 29

Вариант 2

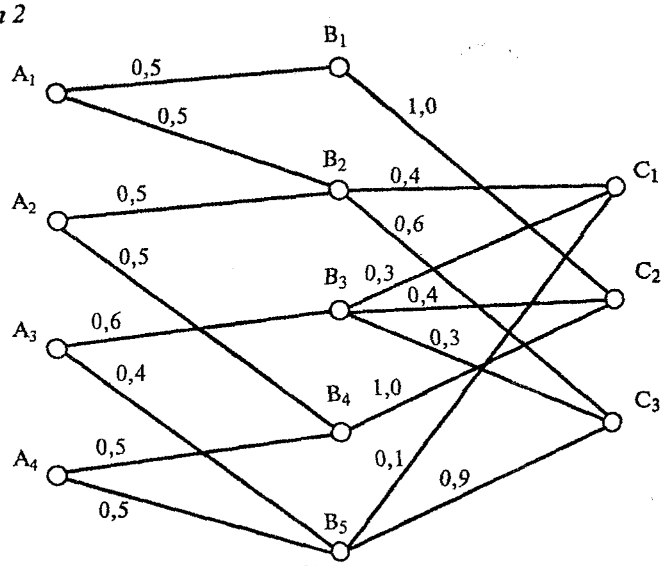

Рис. 30

Вариант 3

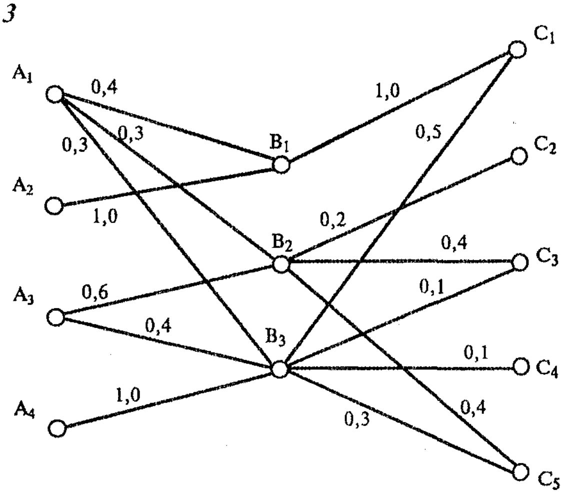

Рис. 31

Вариант 4

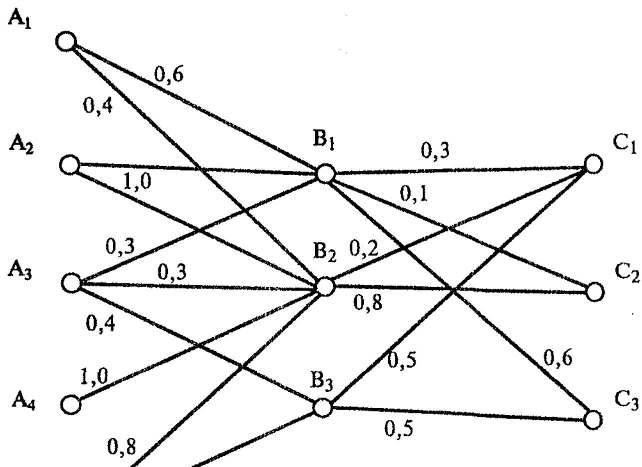

Рис. 32

Вариант 5

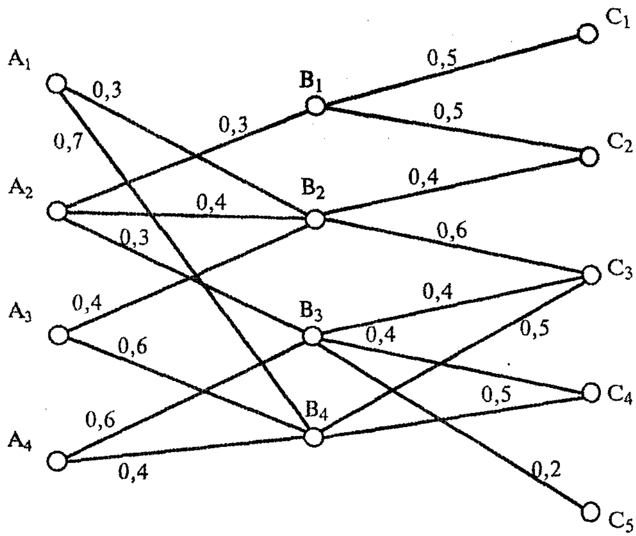

Рис. 33

2. ПОСТРОЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ГРАФОВ. ЗАДАНИЯ К ГЛАВЕ 4: «СОВРЕМЕННЫЕ ПОДХОДЫ К ИЗМЕРЕНИЮ СЕТЕВЫХ ДАННЫХ»

II Пример решения задачи построения эквивалентного графа

На рисунке 34 показан пример некоторого сложного графа. Постройте эквивалентный ему граф. В решении должны быть указаны исходная матрица смежности, измененная матрица смежности и матрица смежности эквивалентного графа. Рассчитайте коэффициенты центральности и эквивалентности для выделенных позиций.

Обратим внимание преподавателя на то, что в заданиях мы не выделяем специально позиции, для которых необходимо рассчитать центральности и эквивалентности. Преподаватель вправе сам избрать те позиции, которые считает нужными.

Решение

Расчеты центральностей или эквивалентностей не требуют оптимальной нумерации вершин, поэтому их можно делать сразу же, как только заполнена матрица смежности вершин графа. Предложенные задачи лучше всего начинать с самого простого — вычисления характеристик отдельных вершин. Для расчета стандартизированной оценки центральности (нормированной центральности актора) воспользуемся самой простой формулой 4 из главы 4:

$$C'_D(n_i) = \frac{d(n_i)}{g-1} \quad \frac{\sum\limits_j x_{ij}}{g-1}$$

Тогда, поскольку g (количество вершин в графе) равно 13, то нормировка в знаменателе будет равняться 12. В числителе же мы просто складываем все единички по 4-й (или по 8-й) строке матрицы смежности. Получаем следующую центральность акторов:

$$C'_D(A_4) = C'_D(A_8) = \frac{\sum\limits_j x_{4j}}{13-1} =$$

$$\frac{x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{45} + x_{46} + x_{47} + x_{48} + x_{49} + x_{4.10} + x_{4.11} + x_{4.12} + x_{4.13}}{13-1} =$$

$$\frac{1+1+1+0+0+0+0+0+0+0+0+1}{13-1} = \frac{4}{12} = 0,33$$

Эквивалентность между вершинами А4 и А8 рассчитаем по формуле 14 из главы 4:

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^{g} \left[(x_{ik} - x_{jk})^2 + (x_{ki} - x_{kj})^2\right]}, \text{ где } i \neq k, j \neq k.$$

Тогда эквивалентность определяем как квадратный корень из суммы всех «несовпадений» между 4-й и 8-й строкой и 4-м и 8-м столбцом:

$$d_{48} = \sqrt{\sum_{k=1}^{g} \left[(x_{4k} - x_{8k})^2 + (x_{k4} - x_{k8})^2\right]}.$$

Для k=1, 2, 3, 5, 6, 7 слагаемые под корнем будут равны $\left[(1-0)^2 + (1-0)^2\right]$; для k=9, 10, 11, 12 — $\left[(0-0)^2 + (0-0)^2\right]$; для k=13 — $\left[(1-1)^2 + (1-1)^2\right]$. Тогда эквивалентность между 4-й и 8-й вершинами будет составлять:

$$d_{48} = \sqrt{6 \bullet \left[(1-0)^2 + (1-0)^2\right] + 4 \bullet \left[(0-0)^2 + (0-0)^2\right] + \left[(1-1)^2 + (1-1)^2\right]} = \sqrt{12} = 3,4$$

Теперь приступим к более сложной части задания: для построения эквивалентного графа вершины исходного графа необходимо правильно и последовательно пронумеровать. От правильной нумерации зависит количество шагов, за которое решается эта задача. При правильной нумерации можно обойтись без перемещений столбцов и строк исходной матрицы, и мы сможем сразу рассмотреть измененную матрицу смежностей, после чего сумеем построить матрицу эквивалентного графа.

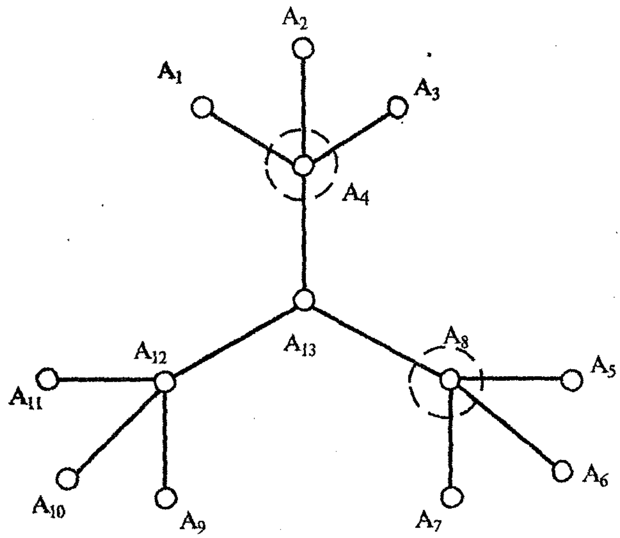

Рис. 34. Исходный граф с выделенными позициями для расчета центральностей и эквивалентностей

Измененная матрица смежности выглядит следующим образом (повторяющиеся элементы выделены цветом):

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}	A_{13}
A_1	X			1									
A_2		X		1									
A_3			X	1									
A_4	1	1	1	X									1
A_5					X			1					
A_6						X		1					
A_7							X	1					
A_8					1	1	1	X					1
A_9									X			1	
A_{10}										X		1	
A_{11}											X	1	
A_{12}									1	1	1	X	1
A_{13}				1				1				1	X

Далее мы должны проанализировать полученную матрицу и выделить в поле матрицы эквивалентные участки. Причем необходимо помечать повторяющиеся элементы не только по вертикали, но и по горизонтали. В данном примере можно объединить вершины A_1, A_2, A_3, A_4 — в эквивалентном графе A'_1; A_5, A_6, A_7, A_8 — в эквивалентном графе A'_2; A_9, A_{10}, A_{11}, A_{12} — в эквивалентном графе A'_3. A_{13} переходит в A'_4. При построении эквивалентного графа нужно помнить, что связь, инцидентная одной из эквивалентных вершин, после объединения становится инцидентной для всего объединения.

Матрица смежности эквивалентного графа выражается следующим образом:

	A'1	A'2	A'3	A'4
A'1	1			1
A'2		1		1
A'3			1	1
A'4	1	1	1	

Эквивалентный граф выглядит так, как показано на рисунке 35:

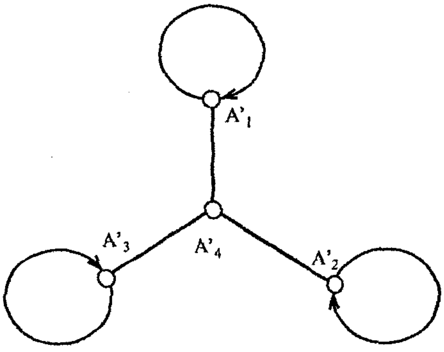

Рис. 35. Эквивалентный граф

Задачи на эквивалентность можно решить и без построения измененных или эквивалентных матриц. Если у исследователя хорошо развито пространственное воображение, он способен заранее предсказать, какие вершины скорее всего окажутся эквивалентными. Тогда матрица эквивалентности потребуется только как доказательство (или проверка) ранее сделанных умозаключений. В «Методических указаниях» задачи подобраны таким образом, чтобы эквивалентные позиции группировались, исходя из разных з'акономерностей расположения фигуры на плоскости и в пространстве. Но очень часто в реальных ситуациях сложно выделить оси симметрии и заранее предугадать вид эквивалентного графа. Тогда рассчитывают эквивалентность каждой пары вершин графа. Обычно это делается при помощи специальных компьютерных программ. Однако необходимо помнить, что коэффициенты разрабатывались для неориентированных графов, и в большинстве из них невозможно учесть вес связей. Поэтому следует говорить только об эквивалентности структурных позиций.

II Задания для второй контрольной работы к главе 4

Прежде чем приступать к решению, внимательно ознакомьтесь с комментариями перед каждым вариантом. Не забывайте, что верное решение задачи зависит, в первую очередь, от правильной нумерации вершин.

Вариант 1

На рисунке 36 показан пример некоторого сложного графа. Постройте эквивалентный граф. В решении должны быть указаны исходная матрица смежности, измененная матрица смежности и матрица смежности эквивалентного графа. Рассчитайте коэффициенты эквивалентности для выделенных позиций.

Комментарии к решению

Прежде всего, надо обратить внимание на оси симметрии, вокруг которых группируются вершины. Точка, через которую пролегает ось симметрии, необязательно должна совпадать с вершинами графа. В этой задаче ось проходит через геометрический центр фигуры, перпендикулярно ее плоскости. Чтобы решить задачу с минимальным количеством шагов, нумерацию лучше начать с крайних вершин и по часовой стрелке двигаться к центру.

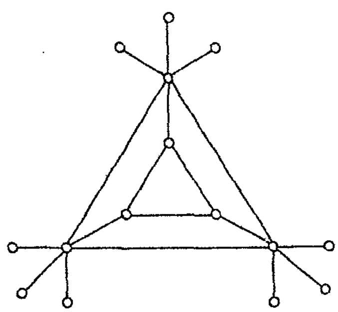

Рис. 36. Исходный граф

Вариант 2

На рисунке 37 представлен пример некоторого сложного графа. Постройте эквивалентный граф. В решении должны быть указаны исходная матрица смежности, измененная матрица смежности и матрица смежности эквивалентного графа. Рассчитайте коэффициенты эквивалентности для выделенных позиций.

Комментарии к решению

Основной момент, на который надо обратить внимание, это оси симметрии, вокруг которых группируются вершины. В данной задаче ось проходит через центр фигуры, перпендикулярно ее плоскости. Чтобы решить задачу с минимальным количеством шагов, нумерацию лучше начать с крайних вершин и по часовой стрелке двигаться к центру.

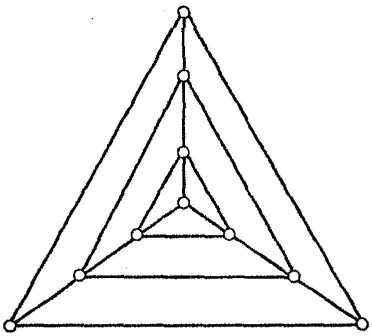

Рис. 37. Исходный граф

Вариант 3

На рисунке 38 показан пример некоторого сложного графа. Постройте эквивалентный граф. В решении должны быть представлены исходная матрица смежности, измененная матрица смежности и матрица смежности эквивалентного графа. Рассчитайте коэффициенты эквивалентности для выделенных позиций.

Комментарии к решению

Самое главное, на что следует обратить внимание, это оси симметрии, вокруг которых группируются вершины. В этой задаче ось проходит через центр фигуры и лежит в ее плоскости. Фигура симметрична относительно вертикальной оси. Чтобы решить задачу с минимальным количеством шагов, нумерацию лучше начать с верхних акторов и перемещаться к нижним акторам.

Вариант 4

На рисунке 39 представлен пример некоторого сложного графа. Постройте эквивалентный граф. В решении должны быть указаны исходная матрица смежности, измененная матрица смежности и матрица смежности эквивалентного графа. Рассчитайте коэффициенты эквивалентности для выделенных позиций.

Комментарии к решению

Основной момент, на который надо обратить внимание, это оси симметрии, вокруг которых группируются вершины. Фигура симметрична и относительно горизонтальной, и относительно вертикальной

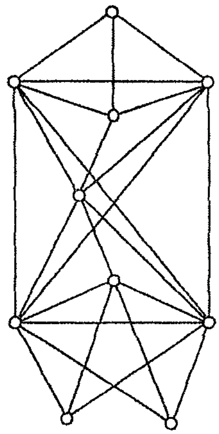

Рис. 38. Исходный граф

оси. **В** отличие от первого и второго варианта, в этой задаче ось, вокруг которой будет построен эквивалентный граф, проходит через центр фигуры и лежит в ее плоскости. Чтобы решить задачу с минимальным количеством шагов, нумерацию лучше начать с верхних акторов и перемещаться к нижним акторам.

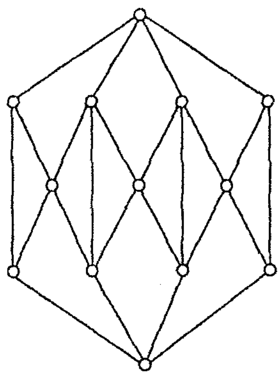

Рис. 39. Исходный граф

***Вариант** 5*

На рисунке 40 представлен пример некоторого сложного графа. Постройте эквивалентный граф. В решении должны быть указаны исходная матрица смежности, измененная матрица смежности и матрица смежности эквивалентного графа. Рассчитайте коэффициенты эквивалентности для выделенных позиций.

Комментарии** к **решению

Основной момент, на который надо обратить внимание, это оси симметрии, вокруг которых группируются вершины. В данной задаче ось проходит через центральную вершину фигуры, перпендикулярно ее плоскости. Чтобы решить задачу с минимальным количеством шагов, нумерацию лучше начать с центральной вершины и по часовой стрелке двигаться к крайним вершинам.

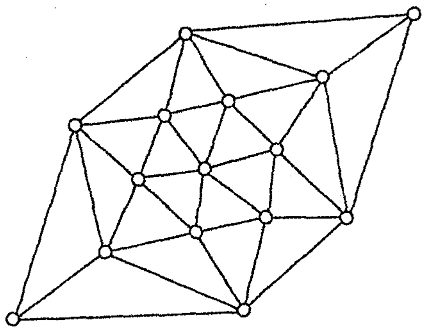

Рис. 40. Исходный граф

Вариант 6

На рисунке 41 представлен пример некоторого сложного графа. Постройте эквивалентный граф. В решении должны быть указаны исходная матрица смежности, измененная матрица смежности и матрица смежности эквивалентного графа. Рассчитайте коэффициенты эквивалентности для выделенных позиций.

Комментарии к решению

В этой задаче несколько осей симметрии. Основная работа, которую нужно сделать, — найти эти оси и правильно сгруппировать вокруг них вершины. Чтобы выполнить задачу с минимальным количеством шагов, надо провести нумерацию внутри каждой клики и закончить общую нумерацию в графе центральной вершиной.

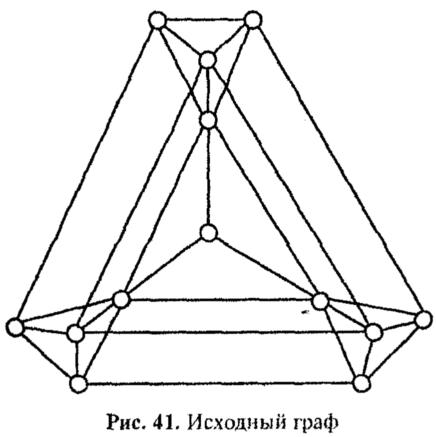

Рис. 41. Исходный граф

Вариант 7

На рисунке 42 представлен пример некоторого сложного графа. Постройте эквивалентный граф. В решении должны быть указаны исходная матрица смежности, измененная матрица смежности и матрица смежности эквивалентного графа. Рассчитайте коэффициенты эквивалентности для выделенных позиций.

Комментарии к решению

Возможны несколько решений этой задачи. Один путь — выделить клики, другой путь — нарисовать изоморфный граф. Если считать, что мы смотрим на граф сверху, то можно изобразить иную проекцию — вид сбоку — и сгруппировать вершины вокруг вертикальной оси.

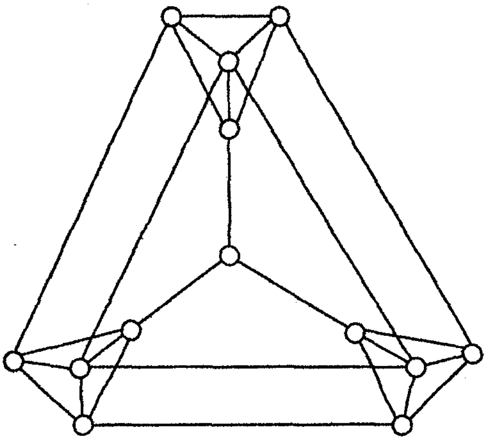

Рис. 42. Исходный граф

Вариант S

На рисунке 43 представлен пример некоторого сложного графа. Постройте эквивалентный граф. В решении должны быть указаны исходная матрица смежности, измененная матрица смежности и матрица смежности эквивалентного графа. Рассчитайте коэффициенты эквивалентности для выделенных позиций.

Комментарии к решению

В данной задаче несколько осей симметрии. Основная работа, которую нужно сделать, — найти эти оси и правильно сгруппировать вокруг них вершины. Чтобы выполнить задачу с минимальным количеством шагов, надо провести нумерацию внутри каждой клики и закончить общую нумерацию в графе центральной вершиной.

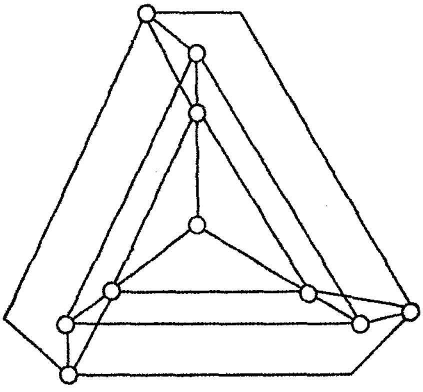

Рис. 43. Исходный граф

Вариант 9

На рисунке 44 представлен пример некоторого сложного графа. Постройте эквивалентный граф. В решении должны быть указаны исходная матрица смежности, измененная матрица смежности и матрица смежности эквивалентного графа. Рассчитайте коэффициенты эквивалентности для выделенных позиций.

Комментарии к решению

В этой задаче все зависит от нумерации вершин. Попробуйте пронумеровать вершины через одну и затем нарисовать изоморфный граф. Если считать, что мы смотрим на граф сверху, то можно изобразить другую проекцию — вид сбоку, и тогда вершины можно группировать вокруг вертикальной оси.

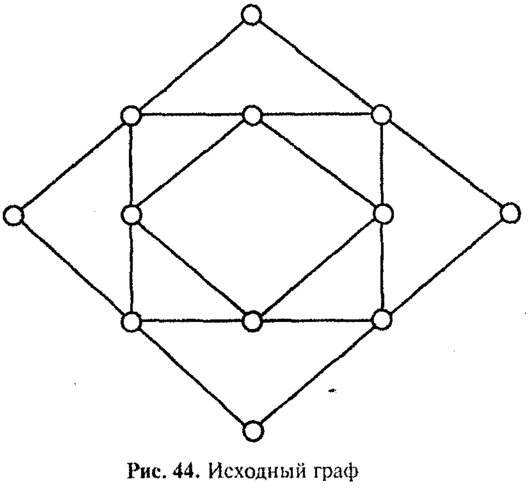

Рис. 44. Исходный граф

3. ПОСТРОЕНИЕ МИНИМАЛЬНОГО ОСТОВНОГО ДЕРЕВА ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ. ЗАДАНИЯ К ГЛАВЕ 5: «СЕТЕВОЕ РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ ОБМЕНА ЧАСТНЫМИ ТРАНСФЕРТАМИ»

• I

II Пример решения задачи построения минимального остовного дерева перераспределения ресурсов

В одном городе работают 8 информационных агентств. Они постоянно обмениваются информацией, и никто точно не знает, кто же является ее конечным потребителем. Аналитический центр решил провести исследование и установить структуру перемещения информации. Опросили каждое агентство, чтобы выяснить, сколько информации, условно измеряемой в печатных листах, оно получает и от кого. Результаты опроса занесены в таблицу. Постройте структуру обмена. Охарактеризуйте роль каждого агентства: является ли оно посредником, поставщиком или конечным потребителем информации.

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
A1		10			3	5		1
A2			2		4	2	1	
A3	5~1	10			1		2	
A4	1		2		По.		3	2
A5		30				2		5
A6	5		3		20			
A7		1	2		20			3
A8	4		1	20		2		

Решение

Воспользуемся «жадным» алгоритмом построения минимального остовного дерева. Сначала выделим самую сильную связь в матрице: от агентства A5 к агентству A2. Объявим эти вершины и связь между ними минимальным остовным деревом на данном этапе.

Теперь рассмотрим, какие же еще вершины присоединяются к нашему дереву связью, которая для этой вершины является максимальной. К вершине A2 с наибольшим весом 10 печатных л истов присоединяются вершины A1 и A3. К вершине A5 с максимальным весом 10 присоединяется вершина A4, с максимальным весом 20 — вершины Аб и A7. Объявляем все вершины и присоединенные связи минимальным остовным деревом на этом этапе.

Неприсоединенной осталась вершина A8. Она присоединяется к вершине A4 с максимальным весом 20.

Поскольку все вершины оказались включены в минимальное остовное дерево, можем считать его построение законченным.

Проанализируем полученную схему перераспределения информационных ресурсов. Если бы мы суммировали получаемое количество информации по столбцам, то у нас обозначились бы два основных потребителя информации — агентства А2 и А5. Но на графе максимальных связей мы видим, что агентство А5 является скорее посредником в передаче информации, чем конечным потребителем. Конечным потребителем, безусловно, следует считать агентство А2.

Можно порассуждать об обязательствах А5 перед А2, которое передает конечному потребителю больше половины собранного объема информации (30 печатных листов из 50). Однако не стоит забывать о преимуществах позиции посредника, который может сортировать поступающую информацию и передавать или не передавать ее дальше.

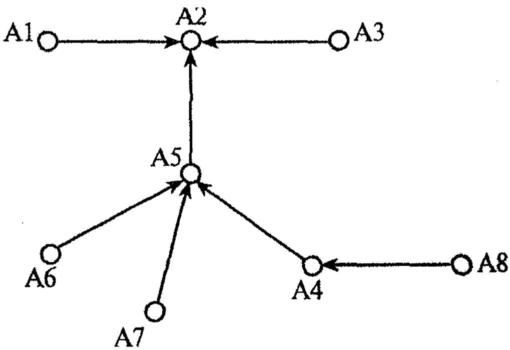

Рис. 45. Минимальное остовное дерево в задаче об информационных агентствах

Заданиядляконтрольнойработыпоглаве5

Даны потоки перераспределения четырех ресурсов между девятью вершинами. Надо построить минимальное остовное дерево и рассчитать максимальный поток. Объясните полученный результат: какой ресурс вносит наибольший вклад в формирование структуры обменов? Определите роль каждой вершины в обмене: кто является посредником, кто поставщиком, а кто конечным потребителем?

Комментариикрешению

Эти задания несколько сложнее, чем предлагалось в примере. Но следует принять во внимание, что в реальных ситуациях взаимодействие осуществляется более чем через один ресурс. Для того чтобы установить структурно-подчиненные отношения, необходимо выявить обмен ресурсами и его равновесие. Обычно вес более значимого ресурса умножается на некоторый коэффициент. Мы же при решении данных задач будем считать, что ресурсы, которыми обмениваются вершины, равноправны. Подумайте, как быстрее построить минимальное остовное дерево, если ресурсов несколько. Предложите альтернативный способ построения минимального остовного дерева. Насколько, по-вашему, способ построения может повлиять на конечный результат? Как будут меняться пороговые значения весов присоединяемых вершин в первом и во втором случае?

Вариант 1

Ресурс 1

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	2	2	20	5	4	3	2	1	2
V2	8	2	13	5	3	3	3	14	6
V3	2	7	7	3	2	1	9	12	5
V4	4	4	14	4	4	4	4	14	4
V5	2	3	10	5	3	5	8	2	3
V6	5	13	20	6	13	8	12	11	1
V7	2	2	3	5	3	4	8	10	1
V8	2	2	3	3	4	3	2	2	2
V9	1	1	8	2	2	2	1	10	1

Ресурс 2

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	2	3	3	3	3	3	13	2	25
V2	2	2	20	4	3	3	20	2	12
V3	3	3	3	4	4	1	11	3	22
V4	2	2	3	4	1	3	12	4	21
V5	12	10	14	10	12	19	28	6	30
V6	4	4	2	2	1	3	14	2	21
V7	2	13	4	1	2	4	10	4	12
V8	1	1	1	1	3	1	1	1	11
V9	2	2	3	3	3	3	13	3	15

Ресурс 3

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	2	3	3	1	12	3	4	1	4
V2	1	2	2	14	10	1	1	1	1
V3	2	2	2	2	24	2	2	2	2
V4	3	3	1	23	30	4	2	9	3
V5	2	3	1	3	17	2	2	1	3
V6	2	3	1	5	23	2	6	4	2
V7	2	3	5	1	16	3	4	5	2
V8	9	18	22	24	25	30	17	1	24
V9	2	3	1	7	14	6	9	3	1

Ресурс 4

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	2	3	1	21	2	2	4	10	1
V2	23	3	1	30	2	2	2	21	3
V3	1	1	2	13	1	4	5	22	4
V4	12	13	11	21	13	14	12	25	12
V5	4	3	3	14	5	6	2	21	3
V6	2	3	3	14	2	3	4	11	3
V7	1	3	4	15	6	1	2	14	2
V8	1	2	3	14	1	2	2	12	2
V9	23	21	30	23	21	12	11	12	10

Вариант 2

Ресурс 1

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	4	4	7	6	8	19	6	5	7
V2	28	11	16	16	27	38	25	17	18
V3	4	5	9	5	6	17	6	6	6
V4	5	6	7	8	5	16	4	6	5
V5	4	6	7	5	7	16	8	7	7
V6	15	16	17	18	16	37	18	16	18
V7	6	7	5	7	5	18	5	5	5
V8	4	4	4	6	6	14	5	4	4
V9	6	6	7	6	6	26	8	6	6

Ресурс 2

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	4	12	6	8	6	5	7	45	8
V2	4	29	3	4	2	7	7	34	7
V3	5	25	6	6	7	5	8	28	6
V4	8	16	5	6	4	7	4	29	6
V5	5	17	6	6	6	6	6	27	4
V6	25	34	30	29	21	28	18	61	12
V7	4	14	4	4	5	6	4	33	6
V8	7	16	7	5	6	7	7	28	9
V9	4	14	5	6	6	6	6	31	6

Ресурс 3

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	32	25	3	4	7	6	7	7	8
V2	12	24	5	6	6	5	5	5	5
V3	13	26	3	9	6	6	8	6	7
V4	61	56	23	32	31	28	29	23	15
V5	22	34	5	6	7	5	8	9	6
V6	21	40	7	8	9	6	7	6	6
V7	28	38	19	19	28	24	18	18	19
V8	19	35	7	7	9	6	7	7	9
V9	15	14	5	6	4	7	8	5	4

Ресурс 4

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	25	24	56	24	32	25	23	25	12
V2	5	7	23	8	6	7	9	6	7
V3	8	9	21	7	9	8	9	7	7
V4	7	8	19	9	9	9	9	6	10
V5	10	9	15	5	7	4	6	8	11
V6	2	4	17	4	6	5	4	6	4
V7	5	5	18	5	5	5	5	5	5
V8	8	6	15	7	6	8	9	5	6
V9	5	5	17	5	6	6	6	7	6

Вариант 3

Ресурс 1

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	23	34	25	34	41	45	23	32	33
V2	5	6	9	9	32	8	7	6	9
V3	7	9	8	9	24	8	7	7	6
V4	10	11	10	9	21	9	13	2	9
V5	6	5	9	8	25	10	7	10	11
V6	34	33	35	38	29	35	32	45	22
V7	9	6	7	8	19	4	9	11	9
V8	8	4	7	6	16	9	5	8	7
V9	7	9	8	6	17	9	8	7	9

Ресурс 2

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	8	7	8	25	7	7	7	8	34
V2	8	8	8	41	8	8	8	9	42
V3	9	7	6	33	8	6	9	7	23
V4	6	6	7	38	8	9	6	6	37
V5	33	31	35	52	21	35	23	22	57
V6	7	8	7	28	9	10	11	9	32
V7	12	10	11	29	6	9	8	10	25
V8	21	25	32	24	21	34	25	22	21
V9	11	10	11	25	9	8	9	9	19

Ресурс 3

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	23	45	12	12	11	12	10	9	10
V2	14	36	10	9	8	9	9	11	11
V3	27	25	10	10	9	9	10	9	8
V4	41	36	31	27	12	24	18	16	19
V5	24	31	14	11	10	11	11	10	9
V6	26	29	9	8	8	9	10	11	11
V7	36	34	23	15	18	16	25	15	14
V8	29	33	7	8	6	7	9	8	8
V9	30	27	9	9	6	9	10	11	11

Ресурс 4

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	8	9	6	8	7	9	22	19	10
V2	10	11	10	12	9	12	19	19	9
V3	43	23	24	12	39	23	42	35	28
V4	34	26	28	25	27	24	41	36	21
V5	13	10	11	9	12	10	19	21	9
V6	9	9	10	11	11	9	23	17	8
V7	10	10	9	8	9	8	22	15	10
V8	11	9	9	9	9	10	21	19	8
V9	5	9	8	4	6	9	25	19	11

Вариант 4

Ресурс 1

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	25	8	9	11	11	29	10	9	8
V2	34	28	26	29	28	35	26	24	29
V3	29	9	7	8	7	28	9	10	11
V4	27	10	11	8	7	31	13	11	11
V5	30	26	28	27	26	39	29	24	29
V6	28	9	8	9	8	27	9	9	9
V7	27	9	8	8	7	29	8	7	9
V8	29	10	11	9	7	31	9	10	10
V9	25	8	9	9	11	33	10	10	10

Ресурс 2

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	10	13	11	22	10	9	24	10	9
V2	11	11	10	31	9	10	35	10	11
V3	9	8	9	30	8	8	34	11	11
V4	13	10	8	27	11	8	25	7	9
V5	12	12	10	26	10	10	28	8	8
V6	26	25	25	32	26	21	38	25	26
V7	9	8	10	25	12	12	26	11	9
V8	8	6	9	27	10	7	28	6	8
V9	9	9	9	24	11	9	27	9	9

Ресурс 3

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	21	37	30	29	27	26	26	29	32
V2	10	26	24	10	11	12	11	11	10
V3	9	27	25	11	11	9	8	6	9
V4	7	27	24	10	10	11	8	10	9
V5	9	25	28	9	8	9	10	11	10
V6	11	28	26	10	9	10	11	9	8
V7	25	52	31	23	22	25	24	25	25
V8	16	29	30	10	10	12	9	11	8
V9	12	29	34	11	11	9	10	8	9

Ресурс 4

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	11	9	11	10	24	25	8	9	8
V2	8	8	9	9	22	24	9	9	8
V3	23	21	23	25	35	38	26	27	19
V4	11	10	11	10	23	25	11	9	9
V5	9	9	9	8	22	25	9	11	9
V6	8	9	8	6	20	24	10	9	10
V7	11	10	9	11	19	22	10	11	11
V8	25	24	28	24	37	35	26	24	27
V9	9	8	8	10	23	21	12	12	11

Вариант 5

Ресурс 1

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	10	23	9	10	11	9	10	8	34
V2	9	24	9	8	9	9	11	8	32
V3	23	34	21	21	20	22	25	24	38
V4	11	23	9	7	9	9	10	10	31
V5	9	28	8	10	8	10	11	11	24
V6	12	28	10	11	9	11	10	9	29
V7	10	21	9	12	10	9	9	9	25
V8	20	38	24	21	25	21	22	24	35
V9	9	29	7	10	9	9	8	9	28

Ресурс 2

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	10	9	9	10	25	19	10	9	11
V2	24	24	22	20	29	25	25	24	24
V3	19	10	9	11	23	20	11	9	12
V4	23	22	25	23	28	25	19	21	26
V5	13	11	8	12	21	17	12	9	10
V6	12	9	7	9	19	19	10	8	9
V7	23	27	28	25	34	28	26	24	29
V8	11	12	9	8	25	21	9	7	12
V9	9	10	9	10	21	24	11	11	11

Ресурс 3

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	10	7	23	7	9	12	10	21	10
V2	9	9	21	11	10	10	11	21	11
V3	11	11	24	10	10	11	11	20	8
V4	10	8	21	12	8	9	11	21	9
V5	23	31	27	24	25	28	31	35	29
V6	12	9	21	9	9	8	9	19	9
V7	8	8	20	10	11	9	11	16	8
V8	8	10	20	11	11	7	12	21	7
V9	25	24	21	20	32	30	29	25	28

Ресурс 4

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	23	21	24	35	21	20	41	21	23
V2	9	12	7	23	12	9	21	7	9
V3	11	11	8	22	11	9	20	9	10
V4	10	10	8	20	10	11	22	9	11
V5	12	9	9	23	9	12	23	10	11
V6	21	23	22	31	20	20	31	20	22
V7	11	8	10	19	8	10	21	11	12
V8	10	9	11	21	9	9	21	9	10
V9	12	9	12	23	9	8	19	12	9

РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ, КЛЮЧЕВЫХ ДЛЯ ПОНИМАНИЯ И ПОСТРОЕНИЯ СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЕЙ

1. РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ РАСЧЕТА МЕЖПОКОЛЕННОЙ МОБИЛЬНОСТИ К ГЛАВЕ 4s «СОВРЕМЕННЫ! ПОДХОДЫ К ИЗМЕРЕНИЮ СЕТЕВЫХ ДАННЫХ»

Вариант 1

Сначала представим переходы из страт по классификации А в страты по классификации В. Занесем результат в матрицу А.

$$A=\begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} b_1 & b_2 & b_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}6 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array},$$

где a_{ij} равно числовому значению, если a_i связан с b_j, $a_{ij}=0$ — в другом случае. Теперь запишем переход из страт по классификации В в страты по классификации С. Занесем результаты в матрицу В.

$$B=\begin{array}{c} \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}2 & 0{,}4 & 0{,}4 & 0 \\ 0 & 0{,}3 & 0{,}4 & 0{,}3 \end{pmatrix} \end{array},$$

где b_{ij} равно числовому значению, если b_i связан с c_j, $b_{ij}=0$ — в ином случае. Результирующую матрицу связей между А и С удобно рассчитать следующим образом:

$$C=\begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}4 & 0{,}4 & 0 \\ 0{,}2 & 0{,}4 & 0{,}4 & 0 \\ 0 & 0{,}58 & 0{,}24 & 0{,}18 \\ 0 & 0{,}3 & 0{,}4 & 0{,}3 \\ 0 & 0{,}3 & 0{,}4 & 0{,}3 \end{pmatrix} \end{array}.$$

Вариант 2

Сначала представим переходы из страт по классификации A в страты по классификации B. Занесем результат в матрицу

$$A = \begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}5 & 0 & 0{,}5 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}6 & 0 & 0{,}4 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}5 & 0{,}5 \end{pmatrix} \end{array},$$

где a_{ij} равно числовому значению, если a_i связан с b_j, $a_{ij}=0$ — в другом случае. Теперь запишем переход из страт по классификации B в страты по классификации C. Занесем результаты в матрицу B.

$$B = \begin{array}{c} \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} c_1 & c_2 & c_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}6 \\ 0{,}3 & 0{,}4 & 0{,}3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0{,}1 & 0 & 0{,}9 \end{pmatrix} \end{array},$$

где b_{ij} равно числовому значению, если b_i связан с c_j, $b_{ij}=0$ — в другом случае. Результирующую матрицу связей между A и C можно рассчитать следующим образом:

$$C = \begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} c_1 & c_2 & c_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}3 \\ 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}3 \\ 0{,}22 & 0{,}24 & 0{,}54 \\ 0{,}05 & 0{,}5 & 0{,}45 \end{pmatrix} \end{array}.$$

Вариант 3

Сначала представим переходы из страт по классификации A в страты по классификации B. Занесем результат в матрицу A.

$$A=\begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} b_1 & b_2 & b_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}4 & 0{,}3 & 0{,}3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}6 & 0{,}4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array},$$

где a_{ij} равно числовому значению, если a_i связан с b_j, $a_{ij}=0$ — в ином случае. Теперь запишем переход из страт по классификации В в страты по классификации С. Занесем результаты в матрицу В.

$$B=\begin{array}{c} \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}2 & 0{,}4 & 0 & 0{,}4 \\ 0{,}5 & 0 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}3 \end{pmatrix} \end{array},$$

где b_{ij} равно числовому значению, если b_i связан с c_j, $b_{ij}=0$ — в другом случае. Результирующую матрицу связей между А и С можно определить следующим образом:

$$C=\begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}55 & 0{,}06 & 0{,}15 & 0{,}03 & 0{,}21 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}12 & 0{,}28 & 0{,}04 & 0{,}36 \\ 0{,}5 & 0 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}3 \end{pmatrix} \end{array}.$$

Вариант 4

Сначала представим переходы из страт по классификации А в страты по классификации В. Занесем результат в матрицу А.

$$A=\begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} b_1 & b_2 & b_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}6 & 0{,}4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0{,}3 & 0{,}3 & 0{,}4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0{,}8 & 0{,}2 \end{pmatrix} \end{array},$$

где a_{ij} равно числовому значению, если a_i связан с b_j, $a_{ij}=0$ — в ином случае. Теперь запишем переход из страт по классификации В в страты по классификации С. Занесем результаты в матрицу В.

$$
B = \begin{array}{c} \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} c_1 & c_2 & c_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}1 & 0{,}6 \\ 0{,}2 & 0{,}8 & 0 \\ 0{,}5 & 0 & 0{,}5 \end{pmatrix} \end{array},
$$

где b_{ij} равно числовому значению, если b_i связан с c_j, $b_{ij}=0$ — в другом случае. Результирующую матрицу связей между А и С можно рассчитать следующим образом:

$$
C = \begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} c_1 & c_2 & c_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}26 & 0{,}38 & 0{,}36 \\ 0{,}2 & 0{,}8 & 0 \\ 0{,}35 & 0{,}27 & 0{,}38 \\ 0{,}2 & 0{,}8 & 0 \\ 0{,}26 & 0{,}64 & 0{,}1 \end{pmatrix} \end{array}.
$$

Вариант 5

Сначала представим переходы из страт по классификации А в страты по классификации В. Занесем результат в матрицу А.

$$
A = \begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0{,}3 & 0 & 0{,}7 \\ 0{,}3 & 0{,}4 & 0{,}3 & 0 \\ 0 & 0{,}4 & 0 & 0{,}6 \\ 0 & 0 & 0{,}6 & 0{,}4 \end{pmatrix} \end{array},
$$

где a_{ij} равно числовому значению, если a_i связан с b_j, $a_{ij}=0$ — в ином случае. Теперь запишем переход из страт по классификации В в страты по классификации С. Занесем результаты в матрицу В.

$$
B=\begin{array}{c} \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \end{array} \\
\begin{pmatrix}
0{,}5 & 0{,}5 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0{,}4 & 0{,}6 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0{,}4 & 0{,}4 & 0{,}2 \\
0 & 0 & 0{,}5 & 0{,}5 & 0
\end{pmatrix}
\end{array},
$$

где b_{ij} равно числовому значению, если b_i связан с c_j, $b_{ij}=0$ — в другом случае. Результирующую матрицу связей между А и С можно определить следующим образом:

$$
C=\begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \end{array} \\
\begin{pmatrix}
0 & 0{,}12 & 0{,}53 & 0{,}35 & 0 \\
0{,}15 & 0{,}31 & 0{,}36 & 0{,}12 & 0{,}06 \\
0 & 0{,}16 & 0{,}54 & 0{,}3 & 0 \\
0 & 0 & 0{,}44 & 0{,}44 & 0{,}12
\end{pmatrix}
\end{array}.
$$

2. РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПОСТРОЕНИЯ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ГРАФОВ К ГЛАВЕ 4: «СОВРЕМЕННЫЕ ПОДХОДЫ К ИЗМЕРЕНИЮ СЕТЕВЫХ ДАННЫХ»

Вариант 1

Здесь представлен граф с одной осью симметрии, которая пролегает через вершину А10 перпендикулярно плоскости рисунка. Это пример «кругового» графа. Нумерацию вершин надо производить по кругу, около центральной вершины. Для эквивалентного графа вершины, находящиеся в одном ярусе, будут совмещены. Например, вершины A_7, А, и А, в эквивалентном графе будут обозначены A'_3. При этом связи на эквивалентном графе приобретают вид «петель», которые показывают обмен ресурсами внутри новой группы. Ведь теперь акторы являются корпоративными, и внутри вершины тоже может происходить перемещение ресурсов. Правильная нумерация вершин в этом варианте показана на рисунке 46.

При объединении вершин в матрице необходимо выделить наболее плотно заполненные участки пространства. Причем не надо забывать, что объединение нужно отразить не только в одном измерении — по столбцу или по строкам, а сразу в двух измерениях. Если в выделенном поле находится хотя бы одна единица (зафиксирована хотя бы одна связь), то эта единица должна быть представлена и в матрице смежности эквивалентного графа. Когда же этих единиц несколько, то при построении структурных эквивалентностей их обычно не суммируют, если только заранее не оговорено, что этот граф взвешенный.

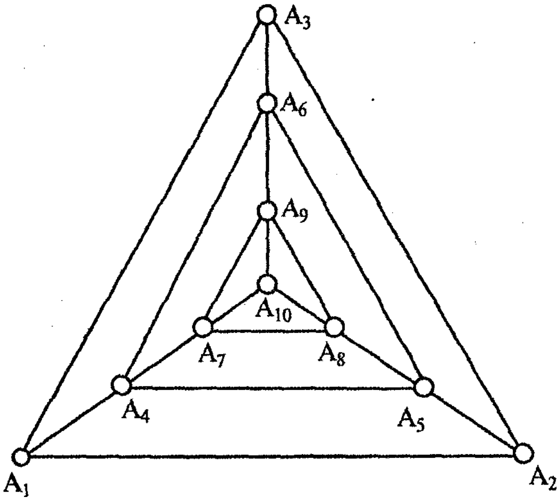

Рис. 46. Оптимальная нумерация вершин исходного графа

Матрица смежности этого графа выглядит так:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}
A_1	X	1	1	1						
A_2	1	X								
A_3	1		X							
A_4	1			X	1	1	1			
A_5				1	X					
A_6				1		X				
A_7				1			X	1	1	1
A_8							1	X		1
A_9							1		X	1
A_{10}							1	1	1	X

Матрица смежности эквивалентного графа выглядит следующим образом:

	A'_1	A'_2	A'_3	A_{10}
A'_1	1	1		
A'_2	1	1	1	
A'_3		1	1	1
A_{10}			1	

Единицы на главной диагонали матрицы обосновывают сделанное интуитивно предположение о том, что связи совмещаемых вершин должны образовывать «петлю». Эквивалентный граф выглядит так, как показано на рисунке 47.

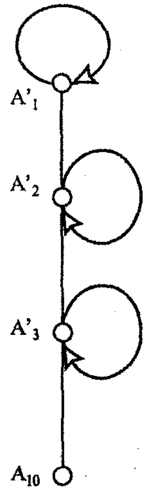

Рис. 47. Эквивалентный граф

Вариант 2

Ось симметрии этого графа лежит в плоскости рисунка и проходит через вершины A_1, A_3, A_5, A_7. Поэтому и нумерация вершин для такого графа, кажущегося сложным, очень проста: она проводится последовательно сверху вниз. Основная ошибка, которую совершают, выполняя это задание: начинают нумерацию вершин со «звезды» внизу графа. Решая данный пример, мы увидим, что эта клика не такая уж плотная, потому что она расположена в пространстве. А пространственное рассмотрение этого элемента сети позволяет разбить ее на подструктуры. Правильная нумерация вершин в этом варианте показана на рисунке 48.

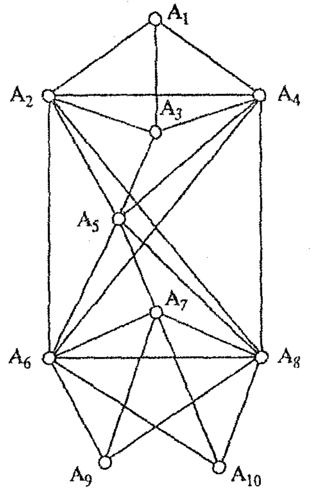

Рис. 48. Оптимальная нумерация вершин исходного графа

Матрица смежности этого графа выглядит так:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}
A_1	X	1	1	1						
A_2	1	X	1	1	1	1		1		
A_3	1	1	X	1	1					
A_4	1				1			1		
A_5					X		1	1		
A_6					1		1	1	1	1
A_7							X	1	1	1
A_8					1		1	X	1	1
A_9							1	1	X	1
A_{10}							1	1	1	X

При анализе матрицы смежности необходимо выявить элементы, которые трудно с чем-либо объединить. Прежде всего, это касается элементов A_1, A_5, A_9 и A_{10}. Как только мы их выделяем по строкам и по столбцам матрицы, оставшиеся вершины можно объединить автоматически: A_2, A_3, A_4 переходят в A'_a, а A_6, A_7, A_8 — в A'_b. Таким образом, в полу матрицы сформировались два типа плотных участков ячеек: для неприсоединенных акторов и для объединенных акторов.

Матрица смежности эквивалентного графа выглядит следующим образом:

	A_1	A'_a	A_5	A'_b	A_9	A_{10}
A_1		1				
A'_a	1	1	1	1		
A_5		1		1		
A'_b		1	1	1	1	1
A_9				1		1
A_{10}				1	1	

Эквивалентный граф выстроен так, как показано на рисунке 49.

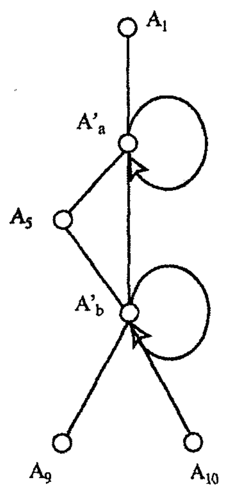

Рис. 49. Эквивалентный граф

Вариант 3

Данный граф похож на рассмотренный во 2-м варианте. Ось симметрии проходит через вершины A_1, A_7 и A_{13}. Это «плоский» граф, его можно без труда расположить на плоскости. Нумерацию начинаем сверху.

Правильная нумерация вершин в этом варианте отражена на рисунке 50.

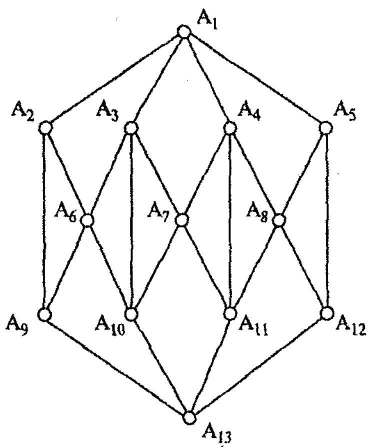

Рис. 50. Оптимальная нумерация вершин исходного графа

Матрица смежности этого графа выглядит так:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}	A_{13}
A_1	X	1	1	1	1								
A_2	1	X				1			1				
A_3	1		X			1	1			1			
A_4	1			X			1	1			1		
A_5	1				X			1	1			1	
A_6		1	1			X			1	1			
A_7			1	1			X			1	1		
A_8				1	1			X			1	1	
A_9		1			1	1			X				1
A_{10}			1			1	1			X			1
A_{11}				1			1	1			X		1
A_{12}					1			1				X	1
A_{13}									1	1	1	1	X

Следует указать еще одно сходство с предыдущим вариантом: перед тем как совмещать вершины, нужно выделить элементы, которые трудно куда-либо присоединить. Прежде всего, это вершины A_1 и A_{13}. Далее легко обособить ряд единиц в первой строке A_2, A_3, A_4, A_5. Это будет наше первое объединение вершин A'_2. Точно так же, рассмотрев последнюю строку, можно наблюдать симметричный ряд единиц для элементов A_9, A_{10}, A_{11}, A_{12}. Это будет наше второе объединение A'_4. Оставшееся объединение A_6, A_7, A_8 получается автоматически.

Матрица смежности эквивалентного графа выглядит следующим образом:

	A_1	A'_2	A'_3	A'_4	A_{13}
A_1		1			
A'_2	1		1	1	
A'_3		1		1	
A'_4		1	1		1
A_{13}				1	

Как видим, здесь нет «петель», поэтому эквивалентный граф очень простой. Эквивалентный граф выстроен так, как показано на рисунке 51: '

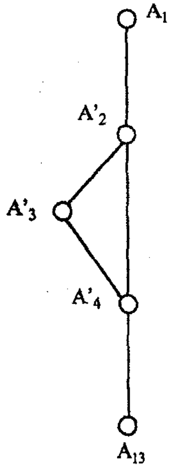

Рис. 51. Эквивалентный граф

Вариант 4

Этот граф, на первый взгляд, представляется весьма сложным. В нем очень трудно выделить явные клики. Кажется, что это равномерная сеть, покрывающая плоскость. Но он похож на граф из варианта 1. Одна ось проходит перпендикулярно плоскости рисунка через вершину в центре А,. Другие вершины располагаются вокруг оси поярусно. Отличие заключается в том, что нумерация начинается не с краев, а от центра, и количество вершин в каждом ярусе увеличено с 3-х до 6-ти. Основная ошибка, которую допускают при решении этого варианта:

начинают группировать вершины вдоль оси симметрии, проходящей через вершины A_{14}, A_9, A_1, A_{12}, A_{15}.

Правильная нумерация вершин в этом варианте показана на рисунке 52.

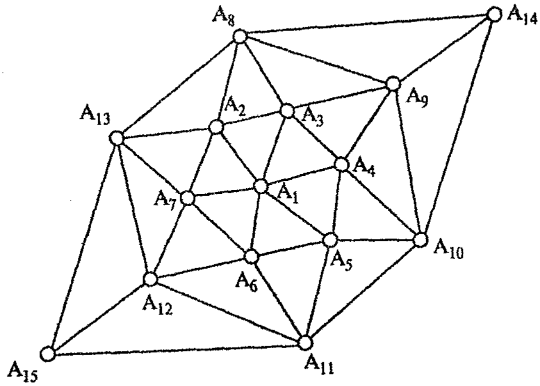

Рис. 52. Оптимальная нумерация вершин исходного графа

Матрица смежности этого графа выглядит так:

	A_1	A	[illegible]	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}	A_{13}	A_{14}	A_{15}
A_1	X						1								
A_2	1	[illegible]					1	1					1		
A_3	1														
A_4															
A_5															
A_6												1			
A_7													1		
A_8													1	1	
A_9														1	
A_{10}											1			1	
A_{11}										1	X	1			1
A_{12}											1	X	1		1
A_{13}		[illegible]										1	X		1
A_{14}								1	1	1				X	
A_{15}											1	1	1		X

Здесь так же обособляем элементы, которые сложно прибавить к какому-либо объединению. Это вершины A_1, A_{14}, A_{15}. Выделяя строку единиц для элементов A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, автоматически получаем два объединения: A'_2 и A'_3. Именно эти объединения и дают «петли» в эквивалентном графе.

Матрица смежности эквивалентного графа выглядит следующим образом:

	A_1	A'_2	A'_3	A_{14}	A_{15}
A_1		1			
A'_2	1	1	1		
A'_3		1	1	1	1
A_{14}			1		
A_{15}			1		

Эквивалентный граф выстроен так, как показано на рисунке 53:

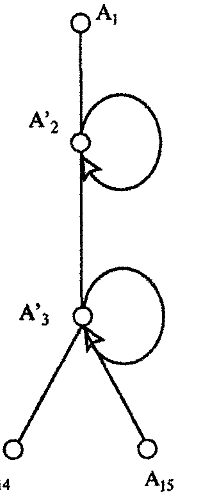

Рис. 53. Эквивалентный граф

Вариант 5

Этот граф отличается от рассмотренных прежде. Попытки сгруппировать вершины вокруг осей симметрии, лежащих в плоскости рисунка, приводят к слишком сложным эквивалентностям. Если же нумеровать вершины по кругу, то мы получим равномерно заполненную матрицу смежностей, в которой трудно выделить элементы. Представим себе, что ярусы вершин связаны по принципу «китайского фонарика» — через одну, а ось симметрии проходит не через вершины, а через центр графа перпендикулярно плоскости рисунка.

Правильная нумерация вершин в этом варианте отражена на рисунке 54.

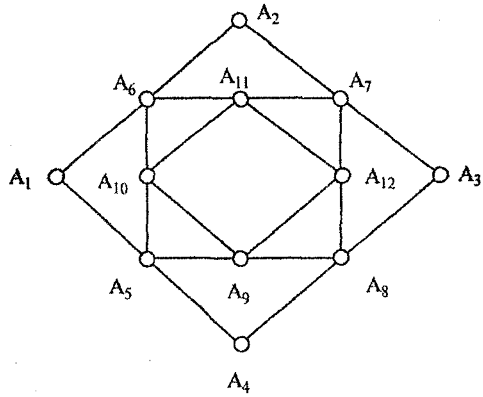

Рис. 54. Оптимальная нумерация вершин исходного графа

Матрица смежности этого графа выглядит так:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}
A_1	X				1	1						
A_2		X				1	1					
A_3			X				1	1				
A_4				X	1			1				
A_5	1			1	X				1	1		
A_6	1	1				X				1	1	
A_7		1	1				X				1	1
A_8			1	1				X	1			1
A_9					1			1	X	1		1
A_{10}					1	1			1	X	1	
A_{11}						1	1			1	X	1
A_{12}							1	1	1		1	X

В данной матрице очень легко выделить эквивалентные позиции. По сути, эквивалентный граф представляет собой простую цепь с «петлей» на конце (это связи объединенных A_9, A_{10}, A_{11} и A_{12}).

Матрица смежности эквивалентного графа выстраивается следующим образом:

	A'₁	A'₂	A'₃
A'₁		1	
A'₂	1		1
A'₃		1	1

Эквивалентный граф выглядит так, как показано на рисунке 55.

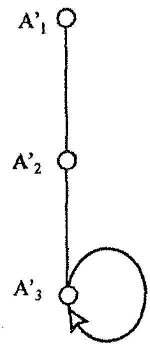

Рис. 55. Эквивалентный граф

3. РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПОСТРОЕНИЯ МИНИМАЛЬНОГО ОСТОВНОГО ДЕРЕВА ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ К ТЕМЕ 5: «СЕТЕВОЕ РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ ОБМЕНА ЧАСТНЫМИ ТРАНСФЕРТАМИ»

Вариант 1

Мы сложили все 4 матрицы (сложение матриц подразумевает суммирование соответствующих клеток из разных матриц).

Результирующая матрица по 4-м ресурсам выглядит следующим образом:

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	8	11	27	30	21	11	23	14	32
V2	34	9	36	53	18	9	26	38	22
V3	8	13	14	22	31	8	27	39	33
V4	21	22	29	52	48	25	30	52	40
V5	20	19	28	32	37	32	40	30	39
V6	13	23	26	27	39	16	36	28	27
V7	7	21	16	22	27	12	24	33	17
V8	13	23	29	42	33	36	22	16	39
V9	28	27	42	35	40	23	34	28	27

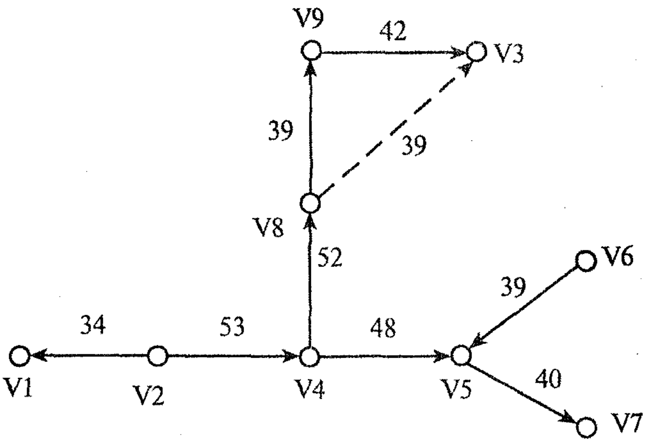

Рис. 56. Минимальное остовное дерево. Максимальный суммарный вес наибольших потоков: 347

Вариант 2

Мы сложили все 4 матрицы (сложение матриц выполняется посредством суммирования соответствующих клеток из разных матриц).

Результирующая матрица по 4-м ресурсам выглядит следующим образом:

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	65	65	72	42	53	55	43	82	35
V2	49	71	47	34	41	57	46	62	37
V3	30	65	39	27	28	36	31	47	26
V4	81	86	54	55	49	60	46	64	36
V5	41	66	33	22	27	31	28	51	28
V6	63	94	71	59	52	76	47	89	40
V7	43	64	46	35	43	53	32	61	35
V8	38	61	33	25	27	35	28	44	28
V9	30	39	34	23	22	45	28	49	22

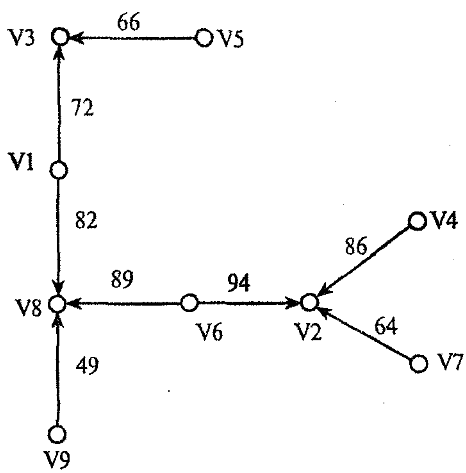

Рис. 57. Минимальное остовное дерево. Максимальный суммарный вес наибольших потоков: 602

Вариант 3

Мы сложили все 4 матрицы (сложение матриц подразумевает суммирование соответствующих клеток из разных матриц).

Результирующая матрица по 4-м ресурсам выглядит следующим образом:

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	62	95	51	79	66	73	62	68	87
V2	37	61	37	71	57	37	43	45	71
V3	86	64	48	64	80	46	68	58	65
V4	91	79	76	99	68	66	78	60	86
V5	76	77	69	80	68	66	60	63	86
V6	76	79	61	85	57	63	76	82	73
V7	67	60	50	60	52	37	64	51	58
V8	69	71	55	47	52	60	60	57	44
V9	53	55	36	44	38	35	52	46	50

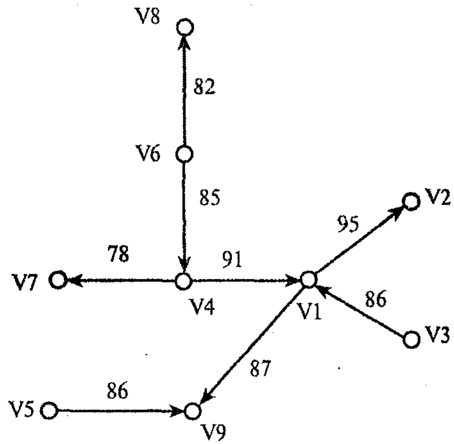

Рис. 58. Минимальное остовное дерево. Максимальный суммарный вес наибольших потоков: 690

Вариант 4

Мы сложили все 4 матрицы (сложение матриц выполняется путем суммирования соответствующих клеток из разных матриц).

Результирующая матрица по 4-м ресурсам выглядит следующим образом:

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	67	67	61	72	72	89	68	57	57
V2	63	73	69	79	70	81	81	54	58
V3	70	65	64	74	61	83	77	54	50
V4	58	57	54	55	51	75	57	37	38
V5	60	72	75	70	66	83	76	54	56
V6	73	71	67	57	63	82	68	52	53
V7	72	79	58	67	60	88	68	54	54
V8	78	69	78	70	64	85	72	51	53
V9	55	54	60	54	56	72	59	39	39

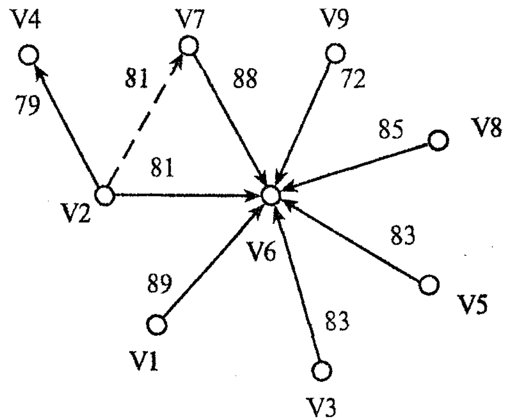

Рис. 59. Минимальное остовное дерево. Максимальный суммарный вес наибольших потоков: 660

Вариант 5

Мы сложили все 4 матрицы (сложение матриц подразумевает суммирование соответствующих клеток из разных матриц).

Результирующая матрица по 4-м ресурсам выглядит следующим образом:

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	53	60	65	62	66	60	71	59	78
V2	51	69	59	62	60	53	68	60	76
V3	64	66	62	64	64	62	67	62	68
V4	54	63	63	62	55	54	62	61	77
V5	57	79	52	69	63	67	77	65	74
V6	57	69	60	60	57	58	60	56	69
V7	52	64	67	66	63	56	67	60	74
V8	49	69	64	61	70	58	64	61	64
V9	55	72	49	63	71	71	67	57	76

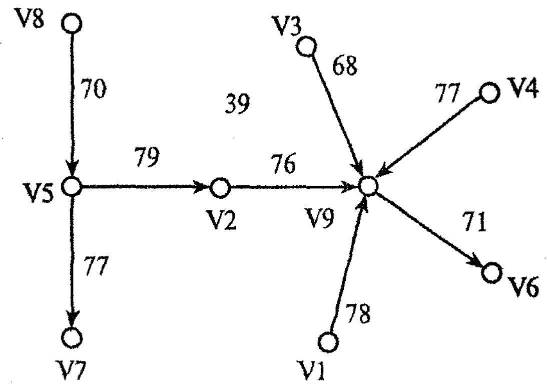

Рис. 60. Минимальное остовное дерево. Максимальный суммарный вес *наибольших потоков: 596*